



# ISAV2022

## دوازدهمین کنفرانس بین المللی آگوستیک و ارتعاشات

تهران - ایران ۲۳ و ۲۴ آذر ماه ۱۴۰۱



### کنترل ارتعاشات و مانور فضاپیماي انعطاف پذیر ناقص عملگر با رویکرد مود لغزشی انتگرالی تحمل پذیر خطا

مرضیه اقلیمی دژ<sup>۱</sup>، میلاد عظیمی<sup>۱\*</sup> و علیرضا علیخانی<sup>۱</sup>

<sup>۱</sup>ایران، تهران، شهرک غرب، خیابان مهستان، بن بست هوافضا، پژوهشگاه هوافضا، ۱۴۶۵۷۷۴۱۱۱، استادیار

\*پست الکترونیکی نویسنده مسئول: [azimi.m@ari.ac.ir](mailto:azimi.m@ari.ac.ir)

#### چکیده

در این مقاله مسئله کنترل همزمان ارتعاشات و مانور وضعیت سه محوره یک فضاپیماي انعطاف پذیر ناقص عملگر مورد بررسی و تحلیل قرار گرفته است. پنل‌های خورشیدی فضاپیما در قالب دو تیر متصل به یک جسم صلب با تئوری تیر اویلر-برنولی مدل‌سازی شده‌اند. الگوریتم کنترل تحمل پذیر خطای مود لغزشی انتگرالی توسعه یافته، جهت پایدارسازی سیستم در معرض اغتشاشات خارجی و خطای عملگر پیاده‌سازی شده است. این الگوریتم کنترل خطا با در نظر گرفتن یک تابع افزوده خطای متغیر با زمان جهت افزایش عملکرد و ملاحظات مربوط به عدم تحریک مودهای فرکانس بالای سیستم طراحی شده است. جهت کاهش ارتعاشات باقی مانده حین و پس از مانور، الگوریتم کنترلی فیدبک نرخ کرنشی به طور همزمان با الگوریتم کنترل خطا فعال‌سازی می‌شود. پایداری کلی سیستم در حضور اغتشاشات خارجی با استفاده از تئوری پایداری لیاپانوف اثبات شده است. نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌های عددی، نشان داده است که علیرغم اثرات ناشی از خرابی‌های عملگرهای کنترل وضعیت بر دینامیک انعطاف پذیر، الگوریتم هیبرید پیشنهادی، عملکرد سیستم ناقص عملگر را از منظر چابکی، تلاش کنترلی و میزان تحریک مودهای انعطاف پذیر بهبود بخشیده است.

**کلمات کلیدی:** کنترل فعال ارتعاشات؛ کنترل تحمل پذیر خطا؛ کنترل مود لغزشی انتگرالی؛ پیروزالکترونیک.

#### ۱ - مقدمه

با بهبود فناوری‌های فضایی ماموریت‌های فضایی نیازمند سیستم‌های کنترلی پیشرفته‌تری هستند. با توجه به وجود اغتشاشات خارجی و خطاهای عملگر همچنین وجود بخش‌های سازه‌ای بزرگ و انعطاف پذیر متعدد در سامانه‌های هوافضایی طراحی سیستم کنترل وضعیت دشوار است. بنابراین تضمین ایمنی و قابلیت اطمینان فضاپیماهای انعطاف پذیر در دوره عمر عملیاتی خود، علاوه بر مدل‌سازی مناسب خرابی عملگر، نیازمند توسعه الگوریتم‌های کنترل تحمل پذیر خطا نیز می‌باشد [۱]. برخی از رویکردهای موثر کنترل تحمل پذیر خطا برای سیستم‌های خطی و غیرخطی شامل تکنیک لیاپانوف [۲]، کنترل پیگام [۳]، و کنترل مود لغزشی [۴] پیشنهاد شده است.

در میان روش های پیشنهادی، الگوریتم های مود لغزشی به عنوان یک روش کارآمد، مقاوم در برابر اغتشاشات و نامعینی های مدل شناخته شده است و به طور گسترده در سیستم های کنترل تحمل پذیر خطای وضعیت فضاپیماها مورد استفاده قرار گرفته است [۵].

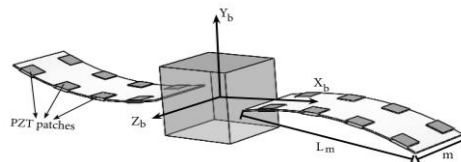
اگرچه کنترلرهای تحمل پذیر خطا مبتنی بر مود لغزشی در برابر خطاها، اغتشاشات و نامعینی های سیستم مقاوم هستند. گزارش شده که دینامیک سیستم در فاز رسیدن به سطح لغزش در مقابل خطاها آسیب پذیر است. ایده روش کنترل مود لغزشی انتگرالی با هدف طراحی منیفولد لغزشی مناسبی می باشد بطوریکه مود لغزش از همان لحظه اولیه آغاز شود. بدین ترتیب قوام سیستم از همان ابتدا قابل تضمین بوده و عملاً فاز رسیدن حذف می شود [۶].

همانطور که پیشتر اشاره شد، به واسطه اثرات متقابل ناشی از کوپلینگ دینامیکی بخش های صلب و انعطاف پذیر و همچنین ماهیت ناپیوسته فرامین کنترلی، مودهای فرکانس بالای سیستم مستعد تحریک به واسطه هرگونه اغتشاش داخلی/خارجی ناشی از دینامیک جسم صلب می باشند. در بخش قبل، یکی از رویکردهای مقاوم کنترلی جهت کنترل خرابی مقاوم به انواع نامعینی ها و اغتشاشات معرفی شد. اما همچنان در سیستم ارتعاشات باقی مانده ای وجود دارد که می تواند ماموریت های نیازمند دقت بالا را به مخاطره اندازد. کنترل فعال ارتعاشات با استفاده از سازه های هوشمند از جمله روش های مطرح در کاهش و کنترل ارتعاشات باقی مانده می باشد [۷].

از جمله نکات بدیع در نظر گرفته شده در این مقاله ارائه یک رویکرد کنترلی با ترکیب یک الگوریتم کنترل نامی تناسبی-مشتقی و یک الگوریتم تحمل پذیر خطای توسعه یافته با لحاظ خطای اضافی متغیر با زمان همزمان با ارائه الگوریتم کنترل ارتعاشات می باشد. از جمله ویژگی های منحصر به فرد این تکنیک جبران خطاهای ناشی از خطای عملگر و اثرات اغتشاشات خارجی از همان ابتدای مانور می باشد.

## ۲ - مدل سازی ریاضی

مدل فیزیکی فضاپیمای انعطاف پذیر شامل یک هاب صلب، دو پنل انعطاف پذیر مجهز به وصله های حسگر/عملگر و پیزوالکتریک در مانور سه محوره وضعیت در شکل (۱) نمایش داده شده است.



شکل ۱. مدل دینامیکی فضاپیمای انعطاف پذیر

سینماتیک و دینامیک وضعیت سیستم را می توان با استفاده از رابطه زیر نمایش داد [۸]:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_R & \mathbf{M}_{RF} \\ \mathbf{M}_{FR} & \mathbf{M}_F \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\boldsymbol{\omega}} \\ \ddot{\boldsymbol{\eta}}_k \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_R & \mathbf{C}_{RF} \\ \mathbf{C}_{FR} & \mathbf{C}_F \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\omega} \\ \dot{\boldsymbol{\eta}}_k \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{K}_F \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi \\ \boldsymbol{\eta}_k \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{u} \\ -\mathbf{P}^T g \mathbf{A}_P^a \end{Bmatrix} \quad (1)$$

$$\mathbf{A}_P^s = g\mathbf{N}^{-1}\mathbf{P}^T \boldsymbol{\eta}_p^s$$

که در آن  $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$  گشتاور کنترلی،  $\mathbf{u}_e \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$  اغتشاشات خارجی وارد بر هاب،  $d_e \in \mathbb{R}^{k \times 1}$  اغتشاشات خارجی وارد بر وصله های انعطاف پذیر،  $g$  ضریب بهره تقویتی حسگر/عملگرهای پیزوالکتریک،  $\boldsymbol{\eta}_k$  مودهای انعطاف پذیر سیستم و بالانویس های  $a$  و  $s$  به ترتیب مبین عملگر و حسگر پیزوالکتریک می باشند. ماتریس های  $\mathbf{M}$ ،  $\mathbf{C}$  و  $\mathbf{K}$  به ترتیب ماتریس های جرمی، سختی و میرایی مدل دینامیکی می باشد و پایین نویس های  $R$  و  $F$  به ترتیب نشان دهنده

بخش‌های صلب و انعطاف‌پذیر دینامیک فضاپیما، ترم‌های  $\mathbf{P}$ ،  $\mathbf{A}$  و  $\mathbf{N}$  مشخصات پیزوالکتریک می‌باشند. جهت مدلسازی دینامیک خطای عملگر داریم:

$$\mathbf{u}_c = [\mathbf{I}_3 - \mathbf{E}(t)]\mathbf{u} + \mathbf{u}_A \quad (2)$$

به‌طوری‌که  $\mathbf{E}(t) = \text{diag}\{e_1(t), e_2(t), e_3(t)\} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  ماتریس کاهش اثر بخشی عملگرهای فضاپیما با  $0 \leq e_i(t) \leq 1$  برای  $i = 1, 2, 3$  است. لازم به ذکر است که اگر  $e_i(t)$  برابر 0 باشد یعنی عملگر به طور نرمال کار می‌کند. اگر  $e_i(t)$  بین 0 و 1 باشد عملگر دچار کاهش اثربخشی عملکرد شده است و دچار خرابی کامل نشده است. پارامتر  $\mathbf{u}_A$  در قالب تابع خطای متغیر با زمان عملگر اضافی در سیستم در نظر گرفته شده است. بنابراین، با بازنویسی دینامیک با توجه به معادله (2) داریم:

$$\mathbf{M}_R \dot{\boldsymbol{\omega}} = -\mathbf{M}_{RF} \ddot{\mathbf{q}}_k - \mathbf{C}_R \boldsymbol{\omega} - \mathbf{C}_{RF} \dot{\mathbf{q}}_k + [\mathbf{I}_3 - \mathbf{E}(t)]\mathbf{u} + \mathbf{u}_A + \mathbf{d}. \quad (3)$$

### ۳ - طراحی کنترلر

در این بخش دو رویکرد کنترلی مود لغزشی از نوع انتگرالی و یک کنترلر فعال ارتعاشات (فیدبک نرخ کرنش طراحی شده است.

#### ۳-۱ کنترلر نامی

پیش از طراحی کنترلر فرضیات زیر در نظر گرفته شده است:

**فرضیه ۱:** اغتشاشات خارجی با مقدار اشباع  $d_{\max}$  محدود در نظر گرفته شده است  $\|\mathbf{d}\| \leq d_{\max}$ .

**فرضیه ۲:** خطای عملگر با ثابت مثبت  $e_m$  محدود در نظر گرفته شده است  $0 \leq \max\{e_1, e_2, e_3\} \leq e_m$ .

**فرضیه ۳:** خطای اضافی عملگر ممکن است با زمان متغیر و ناشناخته باشد اما همواره با مقدار اشباع  $u_{\max}$  محدود

در نظر گرفته شده است:  $\|\mathbf{u}_A\| \leq u_{\max}$ .

**فرضیه ۴:** ماتریس  $\mathbf{M}_R$  مثبت معین است.

**فرضیه ۵:** حرکت بخش‌های انعطاف‌پذیر  $\|\mathbf{q}_k\|$  و مشتق آن نیز  $\|\dot{\mathbf{q}}_k\|$  محدود در نظر گرفته شده است.

**لم ۱:** دینامیک و سینماتیک وضعیت را بدون خطای عملگر و اغتشاشات خارجی به صورت زیر در نظر بگیرید:

$$\mathbf{M}_R \dot{\boldsymbol{\omega}} = -\mathbf{M}_{RF} \ddot{\mathbf{q}}_k - \mathbf{C}_R \boldsymbol{\omega} - \mathbf{C}_{RF} \dot{\mathbf{q}}_k + \mathbf{u} \quad (4)$$

قانون کنترلر نامی به صورت زیر طراحی شده است:

$$\mathbf{u}_N = -k_p \mathbf{q}_{1:3} - k_d \tanh(\boldsymbol{\omega} / p^2) + \mathbf{M}_{RF} \ddot{\mathbf{q}}_k + \mathbf{C}_R \boldsymbol{\omega} + \mathbf{C}_{RF} \dot{\mathbf{q}}_k. \quad (5)$$

بخش  $-k_p \mathbf{q}_{1:3} - k_d \tanh(\boldsymbol{\omega} / p^2)$  معادله فوق ساختار یک کنترلر تناسبی-مشتقی اشباع شده را نشان می‌دهد. بطوریکه  $k_p$  و  $k_d$  ثابت‌های مثبت،  $p^2$  تابع اسکالر شدت سوئیچینگ با شرط  $0 < p_{\min}^2 \leq p^2 \in \ell_{\infty}$  و  $\dot{p} \in \ell_{\infty}$  می‌باشد. به این ترتیب سیستم حلقه بسته بدون اغتشاشات به صورت مجانبی پایدار است بطوریکه شرایط  $t \rightarrow \infty$ ،  $\boldsymbol{\omega} \rightarrow 0$  و  $\mathbf{q}_{1:3} \rightarrow 0$  برقرار باشد.

**اثبات ۱:** تابع پیشنهادی لیاپانوف را به صورت زیر در نظر بگیرید:

$$V_1 = k_p (1 - q_0)^2 + k_p \mathbf{q}_{1:3}^T \mathbf{q}_{1:3} + \frac{1}{2} \boldsymbol{\omega}^T \mathbf{M}_R \boldsymbol{\omega}. \quad (6)$$

با مشتق‌گیری از معادله فوق و با توجه به معادلات (۱) و (۲) داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 = & k_p (\mathbf{q}_{1:3}^T \boldsymbol{\omega}) - \boldsymbol{\omega}^T \mathbf{M}_{RF} \ddot{\boldsymbol{\eta}}_k - \boldsymbol{\omega}^T \mathbf{C}_R \boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega}^T \mathbf{C}_{RF} \dot{\boldsymbol{\eta}}_k - \boldsymbol{\omega}^T k_p \mathbf{q}_{1:3} - \boldsymbol{\omega}^T k_d \tanh(\boldsymbol{\omega} / p^2) + \\ & \boldsymbol{\omega}^T \mathbf{M}_{RF} \ddot{\boldsymbol{\eta}}_k - \boldsymbol{\omega}^T \mathbf{C}_R \boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega}^T \mathbf{C}_{RF} \dot{\boldsymbol{\eta}}_k = -\boldsymbol{\omega}^T k_d \tanh(\boldsymbol{\omega} / p^2) \end{aligned} \quad (7)$$

برای  $x$  می توان نوشت  $x \tanh(x / p^2) \geq 0$ . بنابراین اثبات می شود  $\dot{V}_1 \leq 0$ . بنابراین می توان نشان داد  $q_0$ ،  $\boldsymbol{\omega}$  و  $\mathbf{q}_{1:3}^T$  به صورت گلوبالی محدود شده است. با توجه به قیود  $p^2$ ، مشخص است که  $\dot{V}_1$  محدود شده است. بنابراین مطابق لم باربالات  $\lim_{t \rightarrow \infty} \boldsymbol{\omega}(t) = 0$  است. اکنون می توان نشان داد  $\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{q}_{1:3}(t) = 0$ . از معادلات (۳) و (۴) داریم:

$$\mathbf{M}_R \ddot{\boldsymbol{\omega}} = -k_p \mathbf{q}_{1:3} - k_d \frac{d}{dt} \tanh(\boldsymbol{\omega} / p^2) - \dot{\mathbf{M}}_R \dot{\boldsymbol{\omega}} \quad (8)$$

ترم آخر معادله (۸) را می توان به صورت زیر در نظر گرفت:

$$k_d \frac{d}{dt} \tanh(\boldsymbol{\omega}_i / p^2) = \text{sech}^2(\mathbf{q}_{1:3}^T / 2) \frac{\dot{\boldsymbol{\omega}}_i p - 2\boldsymbol{\omega}_i \dot{p}}{p^3} \quad (9)$$

المان نام مولفه  $\boldsymbol{\omega}_i$  برابر با  $\boldsymbol{\omega}$  ( $i=1,2,3$ ) است. زمانیکه  $\dot{p}$ ،  $\dot{\mathbf{q}}_{1:3}$ ،  $\dot{\boldsymbol{\omega}}$  و  $\boldsymbol{\omega}$  محدود شده باشد و رابطه  $0 < p_{\min}^2 \leq p^2$  برقرار باشد، می توان از معادلات (۱۱) و (۱۲) نشان داد  $\dot{\boldsymbol{\omega}}$  محدود است. با توجه به لم باربالات با همگرایی  $\boldsymbol{\omega}$  به مرجع  $\dot{\boldsymbol{\omega}}$  نیز به مرجع همگرا می شود. با توجه به رابطه (۷) در زمان بی نهایت،  $\mathbf{u}_N = 0$  برقرار است. بنابراین، از معادله (۸) حد  $\lim_{t \rightarrow \infty} k_p \mathbf{q}_{1:3} + k_d \tanh(\boldsymbol{\omega} / p^2) = 0$  واضح است. که در نهایت  $\lim_{t \rightarrow \infty} \boldsymbol{\omega}(t) = 0$  و  $\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{q}_{1:3}(t) = 0$  اثبات می شود. بنابراین قضیه ۱ اثبات می شود.

**نکته ۱:** با استفاده از ویژگی کواترنیون ها و تابع تانژانت هایپربولیک، می توان  $\mathbf{u}_N$  معادله (۵) را به صورت کران بالا

زیر نوشت:

$$|\mathbf{u}_N| = |k_p \mathbf{q}_{1:3}| + |k_d \tanh(\boldsymbol{\omega} / p^2)| + |\mathbf{M}_{RF} \ddot{\boldsymbol{\eta}}_k| + |\mathbf{C}_R \boldsymbol{\omega}| + |\mathbf{C}_{RF} \dot{\boldsymbol{\eta}}_k| \quad (10)$$

کران بالای معادله (۵) را به صورت زیر در نظر گرفته شده است [۹]:

$$\begin{aligned} |\mathbf{M}_{RF} \ddot{\boldsymbol{\eta}}_k| &= a_1 \|\boldsymbol{\eta}_k\| + a_2 \|\dot{\boldsymbol{\eta}}_k\| + a_3 \|\ddot{\boldsymbol{\eta}}_k\| = a \\ |\mathbf{C}_R \boldsymbol{\omega}| &= b_1 \|\Phi\| + b_2 \|\omega\| = b \\ |\mathbf{C}_{RF} \dot{\boldsymbol{\eta}}_k| &= c_1 \|\boldsymbol{\eta}_k\| + c_2 \|\dot{\boldsymbol{\eta}}_k\| = c \end{aligned} \quad (11)$$

**نکته ۲:** لازم به ذکر است  $p^2$  در مخرج تابع تانژانت هایپربولیک ظاهر می شود، بطوریکه مقدار آن تعیین می کند که کنترلر چقدر با سیگنال  $\boldsymbol{\omega}$  تغییر می کند.

### ۲-۳ کنترل مود لغزشی انتگرالی

سطح لغزش انتگرالی به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

$$S = \mathbf{D} \left\{ \boldsymbol{\omega}(t) - \boldsymbol{\omega}(t_0) - \int_{t_0}^t \mathbf{M}_R^{-1} [-\mathbf{M}_R \ddot{\boldsymbol{\eta}}_k(\sigma) - \mathbf{C}_R \boldsymbol{\omega}(\sigma) - \mathbf{C}_R \dot{\boldsymbol{\eta}}_k(\sigma) + \mathbf{u}_N(\mathbf{q}, \boldsymbol{\omega})] d\sigma \right\} \quad (12)$$

در معادله (۱۲)  $\mathbf{D} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  یک ماتریس ثابت است. ماتریس  $\mathbf{D}$  باید به گونه‌ای انتخاب شود که  $\mathbf{DM}_R^{-1}$  معکوس پذیر باشد. به این نکته توجه داشته باشید که در  $t = t_0$  سطح لغزش باید  $\mathbf{S}(\omega(t_0), t_0) = 0$  برقرار کند. جهت تحلیل دینامیک لغزش در حضور خطای عملگر، تکنیک کنترل تناسبی مورد استفاده قرار گرفته است [۱۰]. با مشتق‌گیری از سطح لغزش معادله (۱۲) و جایگذاری مدل دینامیکی با وجود خطای عملگر در معادله (۲) داریم:

$$\dot{\mathbf{S}} = \mathbf{DM}_R^{-1} \{ [\mathbf{I}_3 - \mathbf{E}(t)] \mathbf{u} + \mathbf{u}_A + d - \mathbf{u}_N \} \quad (13)$$

با توجه به  $\dot{\mathbf{S}} = 0$  در معادله بالا کنترل تناسبی محاسبه می‌شود:

$$\mathbf{u}_{eq} = [\mathbf{I}_3 - \mathbf{E}(t)]^{-1} (-\mathbf{u}_A - d + \mathbf{u}_N) \quad (14)$$

در نتیجه،  $\mathbf{u}$  به صورت زیر است:

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_{eq} + \mathbf{u}_N \quad (15)$$

### ۳-۳ کنترل تحمل‌پذیر خطا مود لغزشی انتگرالی

قانون کنترل مود لغزشی باید به گونه‌ای ترکیب شود که دسترسی به منیفولد با وجود خرابی عملگر تضمین شود. طرح اولیه کنترلر تحمل‌پذیر خطا مبتنی بر مود لغزشی انتگرالی پیشنهادی به صورت زیر است:

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_F + \mathbf{u}_N \quad (16)$$

که در آن  $\mathbf{u}_N$  محدود به سطح لغزش و  $\mathbf{u}_F$  یک مولفه کنترلی ناپیوسته که اثرات احتمالی خطای عملگر را بر روی سیستم جبران می‌کند و باعث می‌شود سیستم به سمت سطح لغزشی برود.

فرض می‌شود مولفه‌های ذکر شده در فرضیات ۱ و ۲ برای طراح مشخص می‌باشد. بنابراین قانون کنترلی  $\mathbf{u}_F$  به صورت زیر انتخاب شده است:

$$\mathbf{u}_F = \begin{cases} -K_s \mathbf{S} - \beta(t) \frac{(\mathbf{DM}_R^{-1})^T \mathbf{S}}{\|(\mathbf{DM}_R^{-1})^T \mathbf{S}\|} & \text{if } \mathbf{S} \neq 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (17)$$

که در آن  $\beta(t)$  تابع بهره سوئیچینگ به صورت زیر تعریف شده است:

$$\beta(t) = \frac{\sqrt{3} e_m \|\mathbf{u}_N\|_{\infty} + u_{\max} + d_{\max} + \vartheta}{1 - e_m} \quad (18)$$

بطوریکه  $\varepsilon$  ثابت مثبت محدود است.

**قضیه ۱:** فرض کنید دینامیک کنترل وضعیت با خطای عملگر با فرضیات ۱ تا ۳ معتبر می‌باشد. پس می‌توان رسیدن به سطح لغزش  $\mathbf{S} = 0$  را با جایگذاری معادلات (۵) و (۱۷) در کنترلر معادله (۱۶)، حفظ نمود.  
**اثبات ۱:** تابع کاندید لیاپانوف زیر را در نظر بگیرید:

$$V_2 = \frac{1}{2} \mathbf{S}^T \mathbf{S} \quad (19)$$

با مشتق‌گیری از تابع لیاپانوف برای  $\mathbf{S} \neq 0$  و با جایگذاری قانون کنترل تحمل‌پذیر خطا در معادله (۱۹)، همچنین طبق نامساوی  $\|x\| \|y\| \leq \sqrt{3} \|x\| \|y\|$  و  $x^T y \leq \sqrt{3} \|x\| \|y\|$  و لحاظ حدود بالای پارامترهای معادله (۱۹) داریم:

$$V_2 \leq \mathbf{SDM}_R^{-1} \{ [1 - e_m] (-K_s \mathbf{S} - \beta(t)) - \sqrt{3} e_m \|\mathbf{u}_N\|_{\infty} + u_{\max} + d_{\max} \} \leq \varepsilon \mathbf{S}^2 - \varepsilon \|(\mathbf{DM}_R^{-1})^T \mathbf{S}\| \quad (20)$$

که در آن  $\mathcal{G} = \mathbf{DK}_s [1 - e_m] \mathbf{M}_R^{-1}$  مثبت معین است. همچنین این معادله نشان می‌دهد که حرکت لغزشی می‌تواند در برابر کاهش جزئی عملکرد عملگر و یک تابع خطای متغیر با زمان و اغتشاشات خارجی ثابت باقی بماند.

### ۳-۴ کنترل ارتعاشات

به منظور ایجاد مانورهای با دقت بالا، در این بخش به طراحی یک الگوریتم کنترل فعال ارتعاشات با استفاده از وصله‌های پیزوالکتریک پرداخته شده است. از آنجاییکه هیچ میدان خارجی به لایه حسگر اعمال نمی‌شود، جابجایی الکتریکی ایجاد شده بر روی سطح حسگر به طور مستقیم با کرنش اعمال شده بر روی آن متناسب است. جریان خروجی حسگر پیزوالکتریک نرخ کرنش پل‌های انعطاف‌پذیر را اندازه‌گیری می‌کند. این جریان با استفاده از یک تنظیم‌کننده سیگنال با بهره  $G_c$  به ولتاژ حسگر  $V_s$  تبدیل می‌شود و با ضریب بهره متناسب کنترلر به عملگرهای پیزوالکتریک اعمال می‌شود. ولتاژ خروجی حسگرهای پیزوالکتریک را می‌توان با رابطه زیر نمایش داد:

$$V_s(t) = G_c i(t) = G_c e_{31} \left( \frac{h_b + h_p}{2} \right) \hat{\omega}_p \int_0^{L_p} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \Psi_k(x) \dot{\eta}_k(t) dx \quad (21)$$

که در آن  $i(t)$  جریان مدار  $e_{31}(t)$  ثابت شارژ/تنش پیزوالکتریک است. نیروی کنترل نسبی  $f_{ctrl}$  تولید شده توسط عملگر که بر روی وصله‌ها اعمال می‌شود با استفاده از نظریه گشتاور خمشی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$f_{ctrl} = E_p d_{31} \hat{\omega}_p \left( \frac{h_b + h_p}{2} \right) \int_0^{L_p} \frac{\partial}{\partial x} \Psi_k(x) dx V_a(t) \quad (21)$$

## ۴ - بحث و نتایج شبیه‌سازی

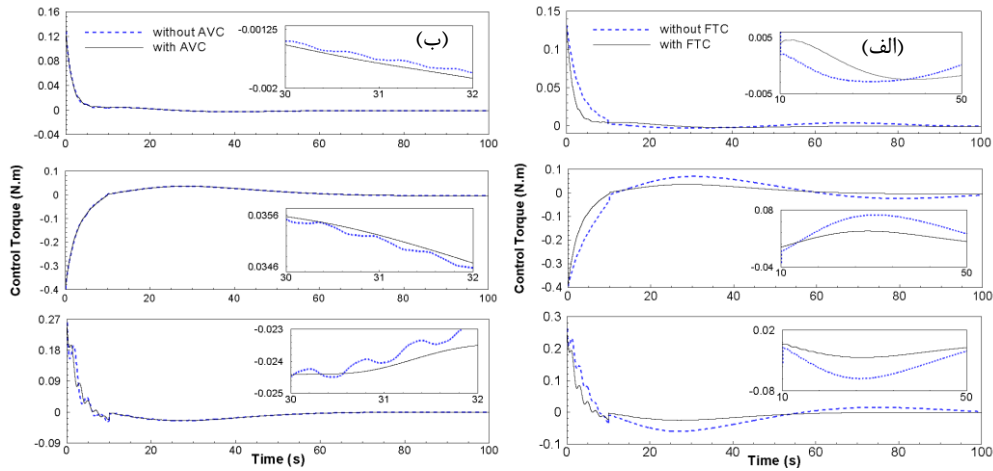
در این بخش شبیه‌سازی‌های مانور وضعیت چند محوره فضاپیما جهت بررسی عملکرد و قابلیت‌های الگوریتم مود لغزشی انتگرالی با حضور کنترل تحمل‌پذیر خطا و بدون آن ارائه شده است. در بخش دوم شبیه‌سازی‌های مانور وضعیت چند محوره فضاپیما جهت بررسی عملکرد و قابلیت‌های قانون کنترل فعال ارتعاشات پیشنهادی ارائه شده است.

پارامترهای در نظر گرفته شده برای بدنه اصلی و پل‌ها عبارتند از: چگالی  $\rho_A = 2(kg/m)$ ، سفتی خمشی  $EI_y = 35(Gpa)$ ، طول  $L_m = 2(m)$ ، عرض  $m = 0.3(m)$ ، اندازه هاب  $a = 0.3(m)$ ، ممان اینرسی  $I_x = 7.31(kg.m^2)$ ،  $I_y = 13.44(kg.m^2)$  و  $I_z = 11.72(kg.m^2)$  و مشخصات وصله‌های پیزوالکتریک: ثابت کرنش پیزوالکتریک  $d_{31} = 125 \times 10^{-12}(m/V)$ ، ثابت شارژ پیزوالکتریک  $e_{31} = 10.5 \times 10^{-3}(Vm/N)$ ، چگالی  $\rho_p = 0.096(kg/m)$ ، عرض  $z_p = 0.0635(m)$ ، ضخامت  $h_p = 1.905 \times 10^{-4}(m)$ ، طول  $L_p = 0.0635(m)$ ، ضریب گذردهی  $\mathcal{E}_3^T = 1.5 \times 10^{-8}(F/m)$  در نظر گرفته شده است. اغتشاشات خارجی وارد شده بر بدنه صلب و پل‌های انعطاف‌پذیر فضاپیما به ترتیب به صورت  $d_e = 0.04(\sin(0.07t))$  و  $d_b = 0.00075(\sin(10t))$  در نظر گرفته شده است. جهت شبیه‌سازی خطا، دو سناریوی خطا در نظر گرفته شده است. در زمان  $t = 10s$  و  $t = 30s$  به ترتیب هر عملگر دچار کاهش اثربخشی و خطای افزایشی می‌شوند. جزئیات آن به شرح زیر است:

$$\mathbf{e}_i = \begin{cases} 0 & t < 10 \\ 0.75 & t \geq 10 \end{cases}, \mathbf{u}_A = \begin{cases} 0 & t < 30 \\ 0.1 & t \geq 30 \end{cases} \quad (2)$$

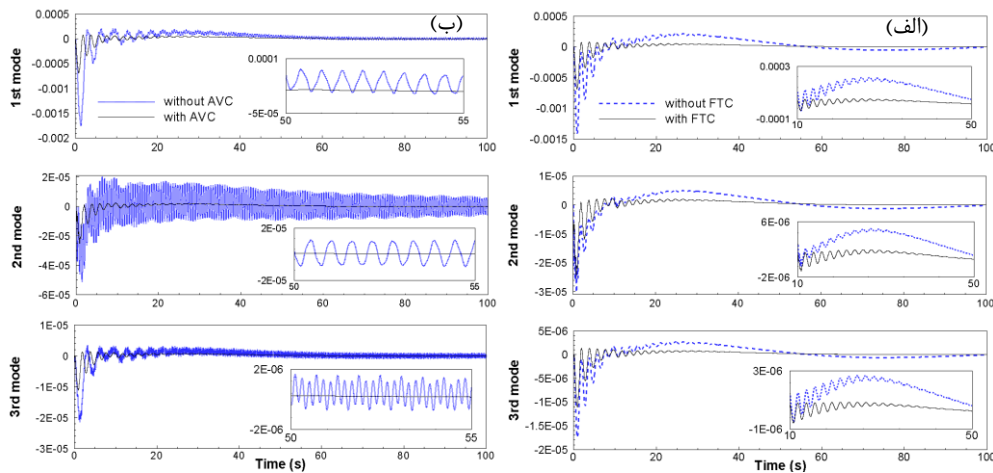
شرایط اولیه وضعیت  $\boldsymbol{\omega} = [0, 0, 0]^T$  و  $q(t_0) = [0.174, -0.263, 0.789, -0.526]^T$  تنظیم شده و سه مود اول ارتعاش  $k = 3$  برای گسسته‌سازی حوزه الاستیک در نظر گرفته شده است. پارامترهای الگوریتم‌های کنترلی مود لغزشی تحمل‌پذیر خطا عبارتند از: بهره‌های کنترل نامی برابر  $k_d = 0.5$  و  $k_p = 0.5$ ، اسکالر شدت سوئیچینگ  $p^2 = 0.1$  و دو

بهره کنترل تحمل‌پذیر خطا برابر با  $\mathbf{D}=\mathbf{I}_{3 \times 3}$  و  $k_s = 0.0001$  در نظر گرفته شده است. همچنین، در طراحی الگوریتم کنترل فعال ارتعاشات  $G_c = 127$  و  $\mathbf{K}_{PZT} = [32, 27, 19, 7]$  برای المان‌های ۱، ۳، ۵ و ۷ در نظر گرفته شده است.



شکل ۲. تلاش کنترلی، الف) با و بدون کنترل تحمل‌پذیر خطا، ب) با و بدون کنترل فعال ارتعاشات

شکل (۲-الف) تلاش کنترلی مورد نیاز برای الگوریتم کنترلی مد لغزشی انتگرالی را برای حالت بدون و با کنترل تحمل‌پذیر خطا همراه با کنترل ارتعاشات فعال و در شکل ب کنترل تحمل‌پذیر خطا مد لغزشی انتگرالی را با و بدون کنترل فعال ارتعاشات را نمایش می‌دهد. همانطور که می‌توان از شکل (۲) مشاهده کرد، در هر دو نمودار در زمان ۱۰ ثانیه گشتاور کنترلی دچار افت می‌شود. همچنین، در شکل الف بعد از وقوع خطا، در کنترل تحمل‌پذیر خطا مد لغزشی انتگرالی، خطای رخ داده در سیستم را به راحتی رفع می‌کند و با شیب ملایم‌تری کاهش اثربخشی عملگر را کنترل می‌کند. اما بدون کنترل تحمل‌پذیر خطا تلاش گشتاور کنترلی دچار نوسانات بزرگ و قابل توجهی می‌شود. همچنین در الگوریتم مد لغزشی انتگرالی تحمل‌پذیر خطا گشتاور کنترلی مورد نیاز اولیه آن بیشتر از کنترل بدون تحمل‌پذیر خطا بوده است. لازم به ذکر است، الگوریتم کنترل مد لغزشی تحمل‌پذیر خطا در برخورد با اغتشاشات خارجی و کاهش اثربخشی عملگر برای حالت اول پس از ۷۰ ثانیه به شرایط تعادل می‌رسد. این در حالی است که بدون کنترل تحمل‌پذیر خطا سامانه حتی پس از ۱۲۰ ثانیه متعادل نمی‌گردد. از طرف دیگر استفاده از الگوریتم کنترل فعال ارتعاشات در شکل (۲-ب)، اثرات چشم‌گیری در کاهش نوسانات تلاش کنترلی بعد از وقوع خطا داشته است.



شکل ۳. مود اول تا سوم ارتعاشی، الف) بدون و با کنترل تحمل‌پذیر خطا، ب) بدون و با کنترل فعال ارتعاشات

در شکل‌های (۳-الف) استفاده از الگوریتم کنترل فعال ارتعاشات کاهش چشمگیری در کاهش نوسانات ناشی از دینامیک انعطاف‌پذیر بر بدنه جسم صلب داشته است. خرابی یا خطای عملگر منجر به ایجاد نوسانات جزئی بر سه مود ارتعاشی شده و همانطور که از می‌توان مشاهده کرد، کنترل تحمل‌پذیر خطا توانایی رفع نوسانات ایجاد شده را دارا می‌باشد. شکل (۳-ب) مودهای ارتعاشی برای الگوریتم کنترل تحمل‌پذیر خطا مود لغزشی انتگرالی را به ترتیب برای حالت بدون و با کنترل فعال ارتعاشات نمایش می‌دهد. کوپلینگ سازه‌ای قابل توجه، اغتشاشات خارجی و خطا و خرابی عملگر منجر به تحریک مودهای فرکانس بالای بخش انعطاف‌پذیر دینامیک می‌شود. مشاهده این رفتار ارتعاشی حاکی از یک دینامیک درجه بالا با کوپلینگ صلب-انعطاف‌پذیر است.

## ۵ - نتیجه‌گیری

این مقاله یک طرح کنترل تحمل‌پذیر خطا مبتنی بر کنترل مود لغزشی انتگرالی به همراه کنترل فعال ارتعاشات جهت حفظ پایداری یک فضاپیما انعطاف‌پذیر در معرض خطای عملگر و اغتشاشات خارجی را ارائه می‌کند. ابتدا، یک قانون کنترل تناسبی مشتق‌گیر ساده بدون در نظر گرفتن هر گونه خطایی جهت پایداری مجانبی وضعیت پیشنهاد شده است. قانون پیشنهادی توانایی رفع خطا عملگر را نداشته است. به همین منظور کنترل تحمل‌پذیر خطایی جهت جبران خطاهای عملگر طراحی شده است. همچنین، الگوریتم مقاوم کنترل فعال ارتعاشات، ارتعاشات باقی‌مانده ناشی از خطای مدلسازی را پوشش داده است. شبیه‌سازی‌های عددی نیز برای تایید قابلیت تحمل خطا توسط قانون کنترل تحمل‌پذیر خطا در حضور خطای عملگر و اغتشاشات خارجی انجام شده است.

## مراجع

1. Z. Liu, et al., "Modeling and adaptive control for a spatial flexible spacecraft with unknown actuator failures", *Science China Information Sciences* 64(5), 1-16 (2021).
2. M. Benosman and K.-Y. Lum, "Passive actuators' fault-tolerant control for affine nonlinear systems", *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 18(1), 152-163 (2009).
3. X. Chen and L. Zhao, "Observer-based finite-time attitude containment control of multiple spacecraft systems", *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs* 68(4), 1273-1277 (2020).
4. R.-Q. Dong, et al., "Anti-unwinding sliding mode attitude control via two modified Rodrigues parameter sets for spacecraft", *Automatica* 129, 109642 (2021).
5. Q. Hu and B. Xiao, "Fault-tolerant sliding mode attitude control for flexible spacecraft under loss of actuator effectiveness", *Nonlinear Dynamics* 64(1), 13-23 (2011).
6. H. Li and X. Lin, "Robust finite-time fault-tolerant control for dynamic positioning of ships via nonsingular fast integral terminal sliding mode control", *Applied Ocean Research* 122, 103126 (2022).
7. J. Tian, Q. Guo, and G. Shi, "Laminated piezoelectric beam element for dynamic analysis of piezolaminated smart beams and GA-based LQR active vibration control", *Composite Structures* 252, 112480 (2020).
8. M. Shahravi and M. Azimi, "A hybrid scheme of synthesized sliding mode/strain rate feedback control design for flexible spacecraft attitude maneuver using time scale decomposition", *International Journal of structural Stability and dynamics* 16(02), 1450101 (2016).
9. Y. Feng, X. Yu, and Z. Man, "Non-singular terminal sliding mode control of rigid manipulators", *Automatica* 38(12), 2159-2167 (2002).
10. V. Utkin, J. Guldner, and J. Shi, *Sliding mode control in electro-mechanical systems*, CRC press, 2017.