ISAV2022
دوازدهمین کنفرانس بین المللی آکوستیک و ارتعاشات
۲۳ و ۲۴ آذر ماه ۱۴۰۱ تهران - ایران
انجمن آکوستیک و ارتعاشات ایران
دانشگاه صنعتی امیرکبیر

بررسی پاسخ یک برداشت‌گر انرژی مگنتو-الکترو-الاستیک به ضربه مکانیکی

جلال خاقانی فرد[آ*]، امیررضا عسکری[ب]، کیارش دانشجو[پ]، محسن تقی زاده[ب]

[آ] ایران، سبزوار، دانشگاه حکیم سبزواری، دانشکده فنی مهندسی، دانشجوی کارشناسی ارشد

[ب] ایران، سبزوار، دانشگاه حکیم سبزواری، دانشکده فنی مهندسی، استادیار

[پ] ایران، سبزوار، دانشگاه حکیم سبزواری، دانشکده فنی مهندسی، دانشجوی کارشناسی

* پست الکترونیکی نویسنده مسئول: *jalal.khaghani@sun.hsu.ac.ir*

چکیده

این مطالعه به بررسی برداشت انرژی از سیستم‌های مبتنی بر مواد مدرج تابعی مگنتو-الکترو-الاستیک تحت شتاب ضربه می‌پردازد. با استفاده از روش ریتز همراه با تئوری تیر اویلر-برنولی، معادلات کاهش یافته حاکم بر حرکت سیستم به دست می‌آیند. در ادامه با نادیده گرفتن تأثیر جملات مربوط به لایه مگنتو-الکترو-الاستیک و میل دادن شاخص گرادیان به سمت بی‌نهایت، نتایج ارائه شده با یافته‌های موجود در ادبیات مقایسه و صحت سنجی می‌شوند. سپس با استفاده از نمودار طیف ضربه برای یک سیستم جرم-فنر، تأثیر مدت زمان اعمال ضربه بر میزان توان قابل برداشت از سیستم مورد بررسی قرار گرفته و زمان بهینه تعیین می‌گردد. نتایج حاکی از آنند که اگرچه استفاده از نمودار طیف ضربه مربوط به یک سیستم جرم-فنر می‌تواند زمان بهینه را با دقت نسبتا مناسبی پیش‌بینی کند، برای داشتن زمان بهینه دقیق می‌بایست از نمودار طیف ضربه برای توان الکتریکی برداشت شده استفاده نمود. در نهایت یک مطالعه پارامتری نیز برای بررسی اثر شاخص گرادیان بر بیشینه مقدار ولتاژ و توان قابل برداشت از محیط انجام می‌شود. نتایج حاکی از آنست که افزایش شاخص گرادیان با کاهش کسر حجمی ماده مگنتو-الکترو-الاستیک در لایه مولد انرژی الکتریکی، موجب کاهش توان قابل برداشت می‌شود.

کلمات کلیدی: برداشت کننده انرژی؛ مواد مدرج تابعی مگنتو-الکترو-الاستیک ؛ ضربه مکانیکی.

۱- مقدمه

در سال‌های اخیر تمایل به برداشت انرژی از محیط اطراف برای تغذیه سیستم‌های کم مصرف و غیر قابل دسترس مانند حسگرها و موارد مشابه به طور چشمگیری افزایش پیدا کرده است. استفاده از تجهیزات الکترونیکی در محیط‌های غیرقابل دسترس و مشکلات تعویض و شارژ مجدد باتری این سیستم‌ها، فن‌آوری برداشت انرژی را به یک موضوع تحقیقاتی برجسته تبدیل کرده است [۱-۳]. البته امکان تغذیه سیستم‌های الکترونیکی با استفاده از فرم‌های متفاوتی از انرژی همانند انرژی خورشیدی وجود دارد، اما محدودیت‌های مکانی و آب و هوایی کماکان ارتعاشات محیط را بعنوان منبعی با اهمیت برای تولید انرژی الکتریکی مورد توجه قرار داده است. دسترسی به ارتعاشات مکانیکی در هر مکان و شرایطی علاوه بر ظرفیت بالای برداشت کننده‌های ارتعاشی، این سیستم‌ها را به منبع عالی انرژی برای تغذیه تجهیزات الکترونیکی تبدیل کرده است [۴]. در میان فرآیندهای مختلفی که برای تبدیل ارتعاشات مکانیکی به الکتریسیته وجود دارد مبدل‌های پیزوالکتریک به دلیل دارا بودن خاصیت ذاتی کوپلینگ الکترومکانیکی و همچنین توان تولیدی بالا، بیشترین توجه را در زمینه سیستم‌های برداشت انرژی به خود اختصاص داده اند [۵, ۶].

با توجه به ویژگی‌های مطلوب مواد مدرج تابعی در مقایسه با کامپوزیت‌های چند لایه مانند عدم تمرکز تنش که منجر به جدایش لایه‌ها می‌شود [۷-۹]، استفاده از این مواد در طراحی سیستم‌های برداشت انرژی انگیزه محققان بسیاری را برانگیخته است. شی و همکارانش [۱۰] یک سیستم برداشت انرژی پیزوالکتریک را تحت میدان مغناطیسی خارجی مطالعه کردند. دستگاه آن‌ها شامل یک تیر

یک‌سر گیردار دو لایه مبتنی بر مواد مدرج تابعی پیزوالکتریک با جرم نوک مغاطیسی بود. آن‌ها با تعیین پاسخ حالت مانا برای توان، تاثیر شاخص گرادیان را بر پاسخ فرکانسی سیستم بررسی کردند.

اخیرا نسل جدیدی از مواد هوشمند به عنوان ترکیبی از مواد تک فاز پیزوالکتریک و پیزومغناطیس با نام مگنتو-الکترو-الاستیک معرفی شده است. این مواد که ابتدا توسط ون ساچتلن معرفی شد [۱۱]، توانایی تبدیل انرژی از شکلی به شکل دیگر را دارند، به عبارت دیگر این مواد یک کوپلینگ سه فازی بین میدان‌های مغناطیسی، الکتریکی و مکانیکی ایجاد می‌کنند [۱۲, ۱۳]. شایان ذکر است که خواص مغناطیسی-الکتریکی مرتبط به این نسل از مواد هوشمند بسیار بیشتر از خواص مربوط به مواد پیزوالکتریک و پیزومغناطیس در حالت تک فاز می باشد. این ویژگی مهم از مواد مگنتو-الکترو-الاستیک و توجه به اینکه میدان مغناطیسی القایی را می‌توان به عنوان یکی از اصول عملیاتی برای جذب انرژی الکتریکی استفاده کرد، برخی از مطالعات جدید را به طراحی و تحلیل برداشت کننده‌های انرژی مبتنی بر مواد مگنتو-الکترو-الاستیک اختصاص داده است.

شیشه‌ساز و همکارانش [۱۴] برداشت انرژی از یک تیر یک‌سرگیردار مجهز به یک لایه مگنتو-الکترو-الاستیک و احاطه شده توسط یک سیم‌پیچ خارجی را بررسی کردند. آن‌ها با استفاده از قانون القاء فارادی و نظریه تیر اویلر-برنولی معادلات حاکم بر حرکت سیستم را بدست آوردند. آن‌ها همچنین تاثیر پارامترهای مختلف مانند مقاومت مدارپیزوالکتریک، مقاومت سیم پیچ خارجی و همچنین تعداد دور سیم پیچ را بر عملکرد برداشت‌کننده انرژی بررسی کردند.

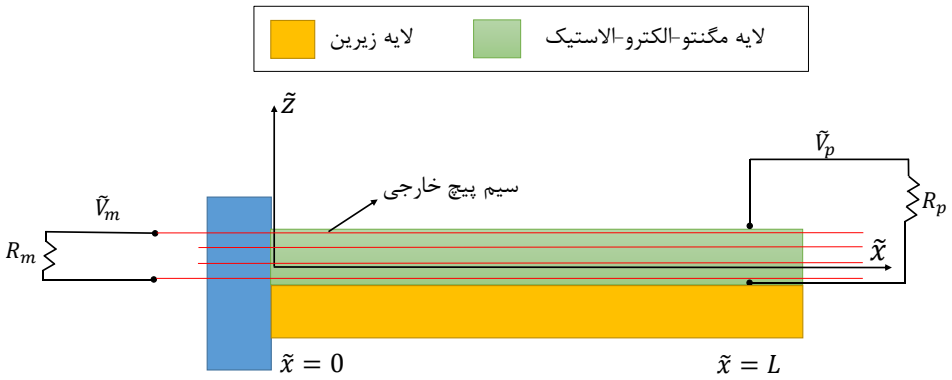
با توجه به اینکه سیستم‌های برداشت انرژی تنها در معرض تحریک از پایه هارمونیک نیستند و در برخی از مواقع همانند دستگاه‌های پرس ضربه‌ای، راه رفتن انسان‌ها و... تحت تحریک ضربه قرار می‌گیرند [۴, ۱۵]، لذا بررسی این سیستم‌ها تحت این نوع تحریک‌ها از اهمیت بسیار زیادی برخوردار است. اگرچه مطالعات در زمینه سیستم‌های برداشت انرژی تحت ضربه بسیار محدود بوده است، اما محققان بسیاری به بررسی پاسخ سیستم‌های مختلفی تحت ضربه مکانیکی پرداخته‌اند. بعنوان مثال یونیس و همکارانش [۱۶] پاسخ میکروتیرهای یک‌سرگیردار و دوسرگیردار را تحت اعمال همزمان بارهای الکترواستاتیکی و شتاب ضربه بررسی کردند و یک روش محاسباتی کارآمد برای این نوع سیستم‌ها ارائه دادند. نتایج آن‌ها نشان داد اگرچه رویکرد ارائه شده در این مطالعه نتایج دقیقی را برای سیستم‌های خطی بدست می آورد، اما این روش محاسباتی قادر به پیش‌بینی سیستم‌هایی با رفتار غیرخطی نمی‌باشد. عسکری و لنچی [۱۷] یک تحلیل فرکانسی برای پیش‌بینی رفتار وابسته به اندازه صفحه‌های ممز بسته‌بندی شده تحت ضربه مکانیکی ارائه دادند. آن‌ها با استفاده از اصل همیلتون و تئوری غیرخطی هندسی فون-کارمن معادلات حاکم بر حرکت سیستم را بدست آوردند و با بهره‌مندی از روش باقی‌مانده وزنی گلرکین، معادلات کاهیده شده حاکم بر سیستم را تعیین کردند. آن‌ها همچنین با استفاده از یک روش تکراری، مدت زمان ضربه بحرانی را که در آن تأثیر ضربه بیشینه می‌شود بدست آوردند.

با توجه به مشکلات برداشت کننده‌های انرژی چندلایه مانند گسیختگی لایه‌ها از هم و با نگاه به معرفی نوع جدیدی از مواد مگنتو-الکترو-الاستیک مدرج تابعی [۱۸-۲۱]، ایده استفاده از این نوع جدید مواد در طراحی برداشت‌کننده‌های انرژی هیبریدی به ذهن متبادر می‌شود. شایان ذکر است بر اساس بهترین جستجوهای صورت گرفته توسط نویسندگان، پاسخ این سیستم‌ها به ضربه مکانیکی تاکنون مورد بررسی قرار نگرفته است. بنابراین بررسی پاسخ یک برداشت‌کننده انرژی مبتنی بر مواد مگنتو-الکترو-الاستیک مدرج تابعی تحت شتاب ضربه حائز اهمیت می‌نماید. بدین منظور با استفاده از قانون القاء فارادی، تئوری تیر اویلر-برنولی، اصل همیلتون و روش ریتز، معادلات کاهش یافته حاکم بر حرکت سیستم حاضر بدست می‌آید. پس از بررسی و تأیید صحت نتایج پیش‌رو، تأثیر شاخص گرادیان ماده و مدت زمان اعمال ضربه بر مقدار بیشینه ولتاژ و توان الکتریکی برداشت شده مورد بررسی قرار می‌گیرد. شایان ذکر است مطالعه حاضر اولین تلاش برای توسعه یک مدل جفت شده برای برداشت کننده‌های یک‌سرگیردار مبتنی بر مواد مگنتو-الکترو-الاستیک مدرج تابعی تحت ضربه مکانیکی می‌باشد. همچنین در این مطالعه سعی شده است تأثیر مدت زمان اعمال ضربه از طریق تحلیل حوزه فرکانس مورد بررسی قرار بگیرد تا درک عمیق‌تری از دینامیک سیستم بدست آید.

۲- فرمولاسیون و مدل سازی برداشت‌گر انرژی

مدل مورد مطالعه در این پژوهش که در شکل (۱) نشان داده شده است، یک دستگاه برداشت انرژی مبتنی بر مواد مدرج تابعی مگنتو-الکترو-الاستیک می‌باشد. در مدل حاضر یک تیر یک‌سرگیردار مجهز شده به یک لایه ساخته شده از جنس مواد مدرج تابعی

مگنتو-الکترو-الاستیک به عنوان یک سیستم برداشت انرژی هیبریدی در نظر گرفته شده است. شایان ذکر است سطح بالای لایه مولد از جنس ماده مگنتو-الکترو-الاستیک و سطح زیرین آن از جنسی همگن مشابه لایه پایینی تیر ساخته شده است.



شکل ۱. سیستم برداشت انرژی مبتنی بر تیر یک‌سرگیردار تحت ضربه مکانیکی.

۲-۱ مواد مدرج تابعی

مواد مدرج تابعی کامپوزیت‌هایی هستند که از حداقل دو فاز مختلف تشکیل شده‌اند و خواص فیزیکی آن‌ها به طور پیوسته از یک سطح به سطح دیگر تغییر می‌کند. بر اساس قانون اختلاط، خواص مکانیکی ماده مدرج تابعی حاضر به صورت زیر تعریف می‌شود [۲۲]:

$$P(z)=P_M V_M+P_S V_S \tag{۱}$$

که در آن P خاصیت مشخصی از مواد مگنتو-الکترو-الاستیک (همانند مدول یانگ، نسبت پوآسون و یا چگالی) و V کسر حجمی مواد تشکیل دهنده را نشان می‌دهد. همچنین اندیس S و M به ترتیب مخفف ماده زیرین و ماده مگنتو-الکترو-الاستیک می‌باشد. با توجه به قانون توزیع توانی، کسر حجمی ماده مگنتو-الکترو-الاستیک در لایه مولد به صورت زیر بیان می‌شود:

$$V_M=\left(\frac{2\tilde{z}-t_S+t_M}{2t_M}\right)^n \tag{۲}$$

که در آن t_S و t_M به ترتیب ضخامت‌های لایه‌های زیرین و مولد را توصیف می‌کنند. همچنین n شاخص قانون توزیع توانی می‌باشد. شایان ذکر است رابطه بین V_M و V_S به صورت $V_S+V_M=1$ بیان می‌شود.

۲-۲ معادلات ساختاری لایه مگنتو-الکترو-الاستیک

با توجه به نازک بودن تیر و صرف نظر از میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی داخل صفحه‌ای، معادلات ساختاری لایه مگنتو-الکترو-الاستیک به صورت زیر تعریف می‌شوند [۱۴, ۲۳]:

$$\begin{aligned}
\sigma_{\tilde{x}}^M &= E_M\varepsilon_{\tilde{x}}-e_{31}E_{\tilde{z}}-f_{31}H_{\tilde{z}}\\
D_{\tilde{z}} &= e_{31}\varepsilon_{\tilde{x}}+h_{33}E_{\tilde{z}}+g_{33}H_{\tilde{z}}\\
B_{\tilde{z}} &= f_{31}\varepsilon_{\tilde{x}}+g_{33}E_{\tilde{z}}+\mu_{33}H_{\tilde{z}}
\end{aligned} \tag{۳}$$

که در آن $\sigma_{\tilde{x}}$ ، $D_{\tilde{z}}$ و $B_{\tilde{z}}$ به ترتیب تنش مکانیکی، جابجایی الکتریکی و شار مغناطیسی می‌باشند. همچنین، $\varepsilon_{\tilde{x}}$ ، $E_{\tilde{z}}$ و $H_{\tilde{z}}$ به ترتیب توصیف کننده کرنش مکانیکی، میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی هستند، علاوه بر آن، E_M مدول الاستیسیته لایه مگنتو-الکترو-الاستیک بوده و h_{33}، μ_{33}، e_{31}، f_{31} و g_{33} به ترتیب ضرایب دی الکتریک، گذردهی‌مغناطیسی، پیزوالکتریک، پیزومگنتیک و مگنتو-الکترو-الکتریک تعریف می‌شوند. همچنین، معادله ساختاری حاکم بر لایه زیرین به صورت $\sigma_{\tilde{x}}^S=E_S\varepsilon_{\tilde{x}}$ ساده می‌شود. که در آن $\sigma_{\tilde{x}}^S$ تنش محوری تیر در لایه همگن و E_S مدول الاستیسیته آن می‌باشد.

با توجه به یکنواخت بودن میدان الکتریکی در امتداد ضخامت لایه مولد، رابطه بین میدان الکتریکی عرضی و پتانسیل الکتریکی به صورت $E_{\tilde{z}}=-\tilde{V}_p/t_M$ نوشته می‌شود [۱۲]، که $\tilde{V}_p$ ولتاژ تولید شده ناشی از خاصیت پیزوالکتریک می‌باشد.

همچنین با استفاده از قانون القای فارادی، رابطه بین میدان مغناطیسی و جریان القایی i_m در سیم‌پیچ محیطی به صورت $H_{\tilde{z}}=(N\times i_m)/t_M$ بیان می‌شود [۱۲].

۲-۳ اصل همیلتون

با توجه به تئوری تیر اویلر-برنولی، میدان جابجایی تیر به صورت زیر بیان می‌شود [۲۴]:

$$u = -z\,\frac{\partial \tilde{w}\,(\tilde{x},\tilde{t})}{\partial \tilde{x}};\; v = 0;\; w = \tilde{w}\,(\tilde{x},\tilde{t}) \tag{۴}$$

که در آن u، v و w به ترتیب اجزای جابجایی در راستای محورهای $\tilde{x}$، $\tilde{y}$ و $\tilde{z}$ می‌باشند. علاوه بر این، $\tilde{w}$ جابجایی نقطه‌ای واقع بر سطح میانی تیر را نشان می‌دهد. علاوه بر این، کرنش محوری تیر به صورت $\varepsilon_{\tilde{x}} = -\tilde{z}\tilde{w}''$ داده می‌شود.

همچنین، انرژی کرنش تیر به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\tilde{U} = \frac{1}{2}\int \sigma_{\tilde{x}}\varepsilon_{\tilde{x}}\,dV = -\frac{1}{2}\int_0^L M_{\tilde{x}}^{\text{tot}}\,\tilde{w}''\,d\tilde{x} \tag{۵}$$

که در آن منتجه $M_{\tilde{x}}^{\text{tot}}$ به صورت زیر می‌باشد:

$$M_{\tilde{x}}^{\text{tot}} = -\left(\tilde{D}_M + \tilde{D}_S\right)\frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial \tilde{x}^2} - \tilde{B}_e\,\frac{\tilde{V}_p}{t_M} + \tilde{B}_m\,\frac{N\tilde{V}_m}{R_m t_M} \tag{۶}$$

همچنین ضرایب $\tilde{D}_S$، $\tilde{D}_M$، $\tilde{B}_e$ و $\tilde{B}_m$ به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\tilde{D}_M = b\int_{\frac{t_S - t_M}{2}}^{\frac{t_S + t_M}{2}} E_M\,\tilde{z}^2 d\tilde{z},\;\; \tilde{D}_S = b\int_{\frac{t_S - t_M}{2}}^{\frac{t_S + t_M}{2}} E_S\,\tilde{z}^2 d\tilde{z},\;\; \tilde{B}_e = b\int_{\frac{t_S - t_M}{2}}^{\frac{t_S + t_M}{2}} e_{31}\tilde{z}\,d\tilde{z},\;\; \tilde{B}_m = b\int_{\frac{t_S - t_M}{2}}^{\frac{t_S + t_M}{2}} f_{31}\tilde{z}\,d\tilde{z} \tag{۷}$$

شایان ذکر است شتاب ضربه را معمولا می‌توان با پروفیل نیم‌سینوسی تقریب زد، در این صورت خواهیم داشت [۱۷, ۲۵, ۲۶]:

$$\ddot{\tilde{\mathbb{Z}}} = -\tilde{\mathbb{Z}}_0\left[\sin\left(\tilde{\omega}_{\text{sh}}\tilde{t}\right)U\left(\tilde{t}\right) + \sin\left(\tilde{\omega}_{\text{sh}}\left(\tilde{t} - \tilde{T}_{\text{sh}}\right)\right)U\left(\tilde{t} - \tilde{T}_{\text{sh}}\right)\right] \tag{۸}$$

که در آن، $\tilde{\mathbb{Z}}_0$، $\tilde{\omega}_{\text{sh}} = \pi/\tilde{T}_{\text{sh}}$ و $\tilde{T}_{\text{sh}}$ به ترتیب به دامنه، فرکانس و زمان اعمال ضربه مکانیکی اشاره می‌کنند.

با توجه به اینکه سیستم حاضر تحت تحریک از پایه قرار دارد، انرژی جنبشی تیر به صورت زیر داده می‌شود:

$$\tilde{T} = \frac{1}{2}\int_{A_S}\int_0^L \rho_S\left(\dot{\tilde{w}}_0 + \dot{\tilde{\mathbb{Z}}}\right)^2 d\tilde{x}dA_S + \frac{1}{2}\int_{A_M}\int_0^L \rho_M\left(\dot{\tilde{w}}_0 + \dot{\tilde{\mathbb{Z}}}\right)^2 d\tilde{x}dA_M \tag{۹}$$

که در آن، A_S و A_M به ترتیب به سطح لایه‌های زیرین و مولد اشاره دارند. همچنین ρ_S و ρ_M نشان دهنده چگالی این لایه‌ها بوده و L نیز توصیف کننده طول تیر می‌باشد. همچنین انرژی‌های الکتریکی و مغناطیسی ذخیره شده در لایه مگنتو-الکترو-الاستیک به صورت زیر داده می‌شوند:

$$\tilde{U}_e = \frac{1}{2}\int_0^L\int_{A_M}\left(D_{\tilde{z}}E_{\tilde{z}}\right)dA_M\,d\tilde{x} = \frac{1}{2}\int_0^L\left(-\tilde{B}_e\tilde{w}'' + \tilde{A}_{h_{33}}E_{\tilde{z}} + \tilde{A}_{g_{33}}H_{\tilde{z}}\right)E_{\tilde{z}}\,d\tilde{x} \tag{۱۰}$$

$$\tilde{U}_m = \frac{1}{2}\int_0^L\int_{A_M}\left(B_{\tilde{z}}H_{\tilde{z}}\right)dA_M\,d\tilde{x} = \frac{1}{2}\int_0^L\left(-\tilde{B}_m\tilde{w}'' + \tilde{A}_{g_{33}}E_{\tilde{z}} + \tilde{A}_{\mu_{33}}H_{\tilde{z}}\right)H_{\tilde{z}}\,d\tilde{x} \tag{۱۱}$$

که در آن، $\tilde{A}_{h_{33}}$، $\tilde{A}_{g_{33}}$ و $\tilde{A}_{\mu_{33}}$ به صورت زیر بیان می شوند:

$$\tilde{A}_{h_{33}} = b\int_{\frac{t_S - t_M}{2}}^{\frac{t_S + t_M}{2}} h_{33}\,d\tilde{z},\;\; \tilde{A}_{g_{33}} = b\int_{\frac{t_S - t_M}{2}}^{\frac{t_S + t_M}{2}} g_{33}\,d\tilde{z},\;\; \tilde{A}_{\mu_{33}} = b\int_{\frac{t_S - t_M}{2}}^{\frac{t_S + t_M}{2}} \mu_{33}\,d\tilde{z} \tag{۱۲}$$

همچنین کار مجازی انجام شده روی سیستم توسط نیروهای خارجی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\delta\tilde{W}_{\text{total}} = -\int_0^L \tilde{c}_{\tilde{t}}\dot{\tilde{w}}\,\delta\tilde{w}\,d\tilde{x} - \frac{\tilde{V}_m\tilde{t}}{R_m}\delta\tilde{V}_m - \frac{\tilde{V}_p\tilde{t}}{R_p}\delta\tilde{V}_p \tag{۱۳}$$

که در آن، $\tilde{c}_{\tilde{t}}$ ضریب میرایی سیستم، R_p و R_m نیز به ترتیب مقاومت مدار پیزوالکتریک و مدار سیم پیچ خارجی می‌باشند. همچنین، $\tilde{t}$ بیانگر زمان می‌باشد.

۲-۴ معادلات کاهش یافته حاکم بر حرکت

در مطالعه حاضر، به منظور بدست آوردن معادلات کاهش یافته مرتبط با سیستم فعلی از روش ریتز استفاده می‌شود [۲۷]. همچنین از آنجا که سیستم‌های برداشت انرژی معمولا در محیط‌هایی با فرکانس‌های ارتعاشی پایین کار می‌کنند [۲۸]، می‌توان شکل مود اول را به عنوان مود غالب سیستم در نظر گرفت و از تأثیر باقی مودها در دینامیک سیستم صرف نظر نمود. در این‌صورت داریم:

$$\tilde{w}\left(\tilde{x},\tilde{t}\right)=\psi\left(\tilde{x}\right)\,\tilde{w}_{\text{tip}}\left(\tilde{t}\right) \qquad (۱۴)$$

در اینجا $\tilde{w}_{\text{tip}}\left(\tilde{t}\right)$ نشان دهنده جابجایی عرضی نوک تیر است و $\psi\left(\tilde{x}\right)$ شکل مود اول تیر یکسر گیردار تعریف می‌شود.

برای بدست آوردن معادلات حرکت کاهش یافته سیستم حاضر از اصل همیلتون استفاده می‌شود [۲۷]. بر اساس این اصل داریم:

$$\int_{t_i}^{t_f}\left(\delta\tilde{K}+\delta\tilde{W}-\delta\tilde{U}-\delta\tilde{U}_{\text{e}}-\delta\tilde{U}_{\text{m}}\right)d\tilde{t}=0, \qquad (۱۵)$$

با تعریف متغیرهای بی بعد زیر

$$x=\frac{\tilde{x}}{L},\ w=\frac{\tilde{w}}{L},\ t=\frac{\tilde{t}}{T},\ V_p=\frac{\tilde{V}_p}{V_p^*},\ V_m=\frac{\tilde{V}_m}{V_m^*},\ c_t=\frac{\tilde{c}_t}{c^*},\ T=\sqrt{\frac{\rho_S t_S L^4}{\tilde{D}_S}},\ c^*=\frac{\tilde{D}_S T}{L^2},\ V_p^*=\sqrt{\frac{R_p\tilde{D}_S}{LT}},\ V_m^*=\sqrt{\frac{R_m\tilde{D}_S}{LT}}, \qquad (۱۶)$$

و جایگزینی معادله (۱۴) در معادله (۱۵)، استفاده از لم اساسی حساب تغییرات [۲۷] و ساده سازی معادلات بدست آمده با توجه به متغیرهای بی بعد معرفی شده در معادله (۱۶)، معادلات بدون بعد حاکم بر حرکت سیستم به صورت زیر بدست می‌آیند:

$$\ddot{w}_{\text{tip}}+d_1\,\dot{w}_{\text{tip}}+d_2\,w_{\text{tip}}+d_3\,V_p+d_4\,V_m-d_5\eta\left(t\right)=0 \qquad (۱۷)$$

$$\dot{V}_p+g_1\,\dot{w}_{\text{tip}}+g_2\,\dot{V}_m+g_3\,V_p=0 \qquad (۱۸)$$

$$\dot{V}_m+h_1\,\dot{w}_{\text{tip}}+h_2\,\dot{V}_p+h_3\,V_m=0 \qquad (۱۹)$$

لازم به ذکر است که ضرایب استفاده شده در معادلات (۱۷) - (۱۹) در پیوست داده شده است. همچنین، $\eta\left(t\right)$ فرم بی‌بعد شتاب ضربه مکانیکی را توصیف می‌کند که به صورت زیر داده می شود:

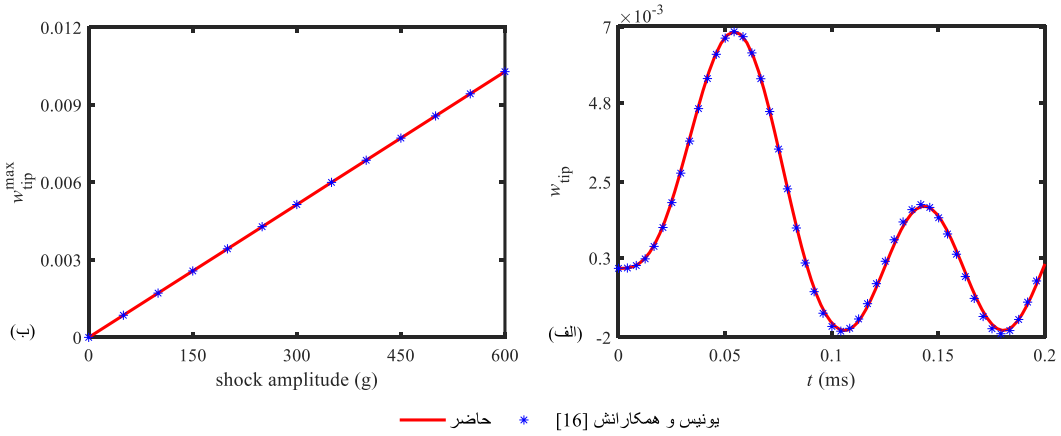
$$\eta\left(t\right)=\sin\left(\omega_{\text{sh}}t\right)U\left(t\right)+\sin\left(\omega_{\text{sh}}\left(t-T_{\text{sh}}\right)\right)U\left(t-T_{\text{sh}}\right) \qquad (۲۰)$$

که در آن، $\omega_{\text{sh}}=\pi/T_{\text{sh}}$ و T_{sh} به ترتیب فرکانس و دوره بی‌بعد ضربه می‌باشد.

۳- نتایج و بحث‌ها

۳-۱ صحت‌سنجی

به منظور صحت‌سنجی معادلات ارائه شده در مطالعه حاضر، با نادیده گرفتن ضرایب مگنتو-الکترو-الاستیک در معادلات حاکم بر حرکت موجود در معادلات (۱۷) - (۱۹)، میل دادن شاخص گرادیان ماده به سمت بی‌نهایت و تنظیم مدت زمان ضربه روی ۰/۱ میلی‌ثانیه، شکل (۲) یافته‌های حاضر را با نتایج گزارش شده توسط یونیس و همکارانش [۱۶] برای سیستمی با خواص ارائه شده در جدول (۱) مقایسه می‌کند.



شکل ۲. مقایسه بین نتایج حاضر با نتایج گزارش شده در مرجع [۱۶] برای (الف) پاسخ زمانی جابجایی عرضی و (ب) تغییرات بیشینه خیز بر حسب دامنه شتاب .

شکل‌های (۲ الف) و (۲ ب) به ترتیب پاسخ زمانی جابجایی عرضی و تغییرات بیشینه خیز بر حسب دامنه شتاب را نشان می‌دهند. لازم به ذکر است از آنجا که روش بی‌بعدسازی مطالعه حاضر با رویکرد گزارش شده توسط یونیس و همکارانش متفاوت است، نتایج آن‌ها در ضریب ۰٫۰۱۰۵ ضرب شده اند. همانطور که در این شکل‌ها مشاهده می‌شود توافق بسیار عالی بین نتایج مطالعه حاضر با نتایج گزارش شده توسط یونیس و همکارانش [۱۶] وجود دارد.

جدول ۱. خواص مکانیکی و هندسی تیر یک‌سر گیردار بررسی شده در مرجع [۱۶].

b (μm)	t_S (μm)	L (μm)	E_S ($\mathrm{Nm^{-2}}$)	ρ_S ($\mathrm{Kg/m^3}$)
۱۰	۰٫۱	۱۰۰	۱۶۰×۱۰^{۹}	۲۳۲۰

۳-۲ تاثیر شاخص گرادیان

جدول (۴) تاثیر شاخص گرادیان و مدت زمان اعمال ضربه را بر مقدار بیشینه ولتاژها و توان‌های برداشت شده از برداشت کننده‌ی حاضر برای سیستمی با خواص داده شده در جدول‌های (۲) و (۳) ارائه می‌دهد. بدین منظور ابتدا با استفاده از نمودار طیف ضربه مربوط به سیستم جرم-فنر (شکل (۳ الف))، مدت زمان بهینه که در آن بیشینه ولتاژها و بالطبع آن توان‌های الکتریکی از سیستم قابل برداشت است مورد محاسبه قرار گرفته است. سپس این مقادیر بر اساس نمودار طیف ضربه مربوط به بیشینه توان قابل برداشت (شکل (۳ ب)) مجددا مورد محاسبه قرار گرفته است. مقایسه نتایج حاصل از این دو نمودار طیف ضربه حاکی از آن است که اگرچه استفاده از نمودار شناخته شده مربوط به طیف ضربه سیستم جرم-فنر زمان‌های بهینه و مقادیر بیشینه را با دقت مناسبی پیش‌بینی می‌کند، اما برای داشتن مقادیر دقیق نیاز به ارائه نمودار طیف ضربه برای توان الکتریکی کل نیز می‌باشد. شایان ذکر است این نمودار نرمال می‌تواند در محاسبه میزان توان قابل برداشت از سیستم‌های پیزوالکتریک و همچنین هیبرید نقش بسزایی ایفا نماید.

با نگاه به نتایج ارائه شده در جدول (۴)، مشاهده می‌شود با افزایش شاخص گرادیان، بیشینه مقادیر ولتاژها و توان‌های خروجی برداشت‌گر حاضر کاهش می‌یابد. دلیل این مشاهدات این است که تغییر شاخص گرادیان، ترکیب مواد برداشت کننده‌ی حاضر را تغییر می‌دهد، بطوریکه افزایش شاخص گرادیان، کسر حجمی متناظر با ماده مولد را کاهش می‌دهد. شایان ذکر است که با توجه به تاثیر شاخص گرادیان بر سختی تیر، تأثیر این پارامتر بر زمان بهینه ضربه نیز در جدول (۴) بررسی شده است. با توجه به جدول (۴) قابل مشاهده است که با افزایش شاخص گرادیان و بالطبع آن کاهش کسر حجمی ماده مولد، سفتی کلی سازه کاهش و چگالی آن افزایش پیدا می‌کند. لذا با افزایش شاخص گرادیان، از فرکانس طبیعی سازه کاسته می‌شود، بنابراین مقدار زمان بهینه که در آن تأثیر ضربه بیشینه است، افزایش پیدا می‌کند.

جدول ۲. خواص مکانیکی سیستم برداشت انرژی حاضر.

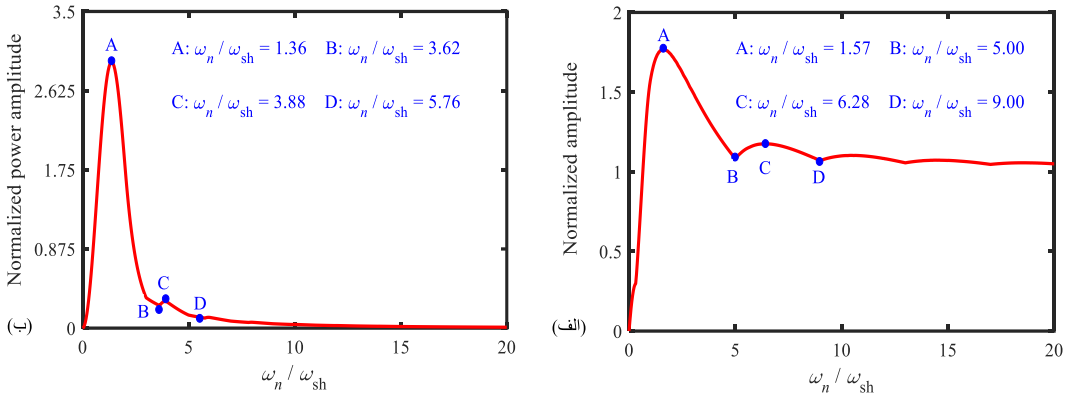
	E ($\mathrm{Nm^{-2}}$)	ρ ($\mathrm{kg/m^3}$)	e_{31} ($\mathrm{Cm^{-2}}$)	f_{31} ($\mathrm{NA^{-1}}$)	h_{33} ($\mathrm{C^2N^{-1}m^{-2}}$)	g_{33} ($\mathrm{NsV^{-1}C^{-1}}$)	μ_{33} ($\mathrm{Ns^2C^{-2}}$)
لایه زیرین	۹۷×۱۰^{۹}	۸۴۹۰	۰	۰	۰	۰	۰
ماده مولد	۲۱۵×۱۰^{۹}	۵۵۵۰	−۲٫۸	۲۲۰	۶۳×۱۰^{-۱۰}	۲۷۵۰×۱۰^{-۱۲}	۸۳۵×۱۰^{-۷}

جدول ۳. خواص هندسی سیستم برداشت انرژی حاضر.

L (mm)	t_M (mm)	t_S (mm)	b (mm)
۹۵	۰٫۴	۰٫۷	۱۸

جدول ۴. تأثیر شاخص گرادیان و مدت زمان اعمال ضربه بر بیشینه ولتاژ و توان قابل برداشت از برداشت‌گر حاضر.

شاخص گرادیان	زمان شوک (میلی ثانیه)		توان پیزوالکتریک (میلی وات)		توان سیم پیچ (میلی وات)		ولتاژ پیزوالکتریک (ولت)		ولتاژ سیم پیچ (ولت)	
	دقیق	تقریبی	دقیق	تقریبی	دقیق	تقریبی	دقیق	تقریبی	دقیق	تقریبی
۰٫۲	۷٫۷۸۹	۸٫۹۹	۰٫۷۱۴۳	۰٫۶۷۹۳	۰٫۰۴۲۱	۰٫۰۴	۲٫۶۷۲۷	۲٫۶۰۶۳	۰٫۰۰۲۰۵۱	۰٫۰۰۲
۰٫۵	۸٫۰۴۸	۹٫۲۹	۰٫۵۵۱۱	۰٫۵۲۴۱	۰٫۰۳۲۴	۰٫۰۳۰۹	۲٫۳۴۷۶	۲٫۲۸۹۳	۰٫۰۰۱۸۰۱	۰٫۰۰۱۷۵۷
۱	۸٫۳۶	۹٫۶۹	۰٫۳۸۳۵	۰٫۳۶۴۷	۰٫۰۲۲۷	۰٫۰۲۱۶	۱٫۹۵۸۳	۱٫۹۰۹۷	۰٫۰۰۱۵۰۶	۰٫۰۰۱۴۶۹
۲	۸٫۷۵۶	۱۰٫۱۱	۰٫۲۱۸۸	۰٫۲۰۸	۰٫۰۱۳۱	۰٫۰۱۲۵	۱٫۴۷۹۱	۱٫۴۴۲۴	۰٫۰۰۱۱۴۵	۰٫۰۰۱۱۱۸



شکل ۳. نمودار طیف ضربه برای (الف) سیستم جرم و فنر [۱۷] و (ب) سیستم ارائه شده در این مطالعه.

۴- نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

این مطالعه به بررسی یک سیستم برداشت انرژی مبتنی بر یک تیر یک‌سر گیردار مجهز شده به یک لایه مواد مدرج تابعی مگنتو-الکترو-الاستیک تحت شتاب ضربه می‌پردازد. با استفاده از تئوری تیر اویلر-برنولی، قانون القاء فارادی، اصل همیلتون به همراه روش ریتز، معادلات کاهش یافته حاکم بر حرکت سیستم حاضر بدست می‌آید. در ادامه با صرف نظر از جملات مربوط به لایه مگنتو-الکترو-الاستیک و میل دادن شاخص گرادیان به سمت بی‌نهایت، یافته‌های حاضر با نتایج گزارش شده در ادبیات مقایسه و صحت‌سنجی می‌شوند. همچنین، با استفاده از نمودار طیف ضربه برای یک سیستم جرم-فنر، تأثیر مدت زمان اعمال ضربه بر بیشینه مقادیر ولتاژها و توان‌های خروجی برداشت کننده‌ی حاضر مورد بررسی قرار گرفته و زمان بهینه تعیین می‌گردد. با توجه به نتایج بدست آمده می‌توان گفت: اگرچه استفاده از نمودار طیف ضربه مربوط به یک سیستم جرم-فنر، زمان بهینه ضربه را با دقت نسبتا مناسبی پیش‌بینی می‌کند، استفاده از نمودار مربوط به توان الکتریکی برداشت شده منجر به محاسبه زمان بهینه با دقت بیشتری می‌شود. در نهایت اثر ترکیبی شاخص گرادیان و مدت زمان ضربه بر بیشینه مقدار ولتاژها و توان‌های قابل برداشت سیستم بررسی می‌شود. قابل مشاهده است که افزایش شاخص گرادیان و به‌دنبال آن کاهش کسر حجمی متناظر با ماده مگنتو-الکترو-الاستیک به عنوان جز مسئول برای تولید انرژی الکتریکی، موجب کاهش ولتاژها و توان‌های قابل برداشت می‌شود. شایان ذکر است نمودار طیف ضربه ارائه شده در این مطالعه برای تمام سیستم‌های پیزوالکتریک و هیبریدی قابل استفاده می‌باشد.

مراجع

1. Borowiec, M., G. Litak, M. Friswell, S. Ali, S. Adhikari, A. Lees, and O. Bilgen, "Energy harvesting in piezoelastic systems driven by random excitations", *International journal of structural stability and dynamics* 13, 1340006, (2013).
2. Joseph, G.V., G. Hao, and V. Pakrashi, "Extreme value estimates using vibration energy harvesting", *Journal of Sound and Vibration* 437, 29-39, (2018).
3. Liang, H., G. Hao, and O.Z. Olszewski, "A review on vibration-based piezoelectric energy harvesting from the aspect of compliant mechanisms", *Sensors and Actuators A: Physical* 331, 112743, (2021).
4. Hadas, Z., V. Vetiska, V. Singule, O. Andrs, J. Kovar, and J. Vetiska, "Energy harvesting from mechanical shocks using a sensitive vibration energy harvester". *International Journal of Advanced Robotic Systems* 9, (2012).
5. Roundy, S., P.K. Wright, and J.M. Rabaey, *Energy scavenging for wireless sensor networks*, Springer, New York 2003.
6. Blad, T., D.F. Machekposhti, J. Herder, A. Holmes, and N. Tolou. "Vibration energy harvesting from multi-directional motion sources", *International Conference on Manipulation, Automation and Robotics at Small Scales*, (2018).
7. Daneshjou, K., R. Talebitooti, and M. Kornokar, "Vibroacoustic study on a multilayered functionally graded cylindrical shell with poroelastic core and bonded-unbonded configuration", *Journal of Sound and Vibration* 393, 157-175, (2017).
8. Sola, A., D. Bellucci, and V. Cannillo, "Functionally graded materials for orthopedic applications–an update on design and manufacturing", *Biotechnology Advances* 34, 504-531, (2016).
9. Kang, Y.-A. and X.-F. Li, "Bending of functionally graded cantilever beam with power-law non-linearity subjected to an end force", *International Journal of Non-Linear Mechanics* 44, 696-703, (2009).

10. Shi, Y., H. Yao, and Y.-w. Gao, "A functionally graded composite cantilever to harvest energy from magnetic field", *Journal of Alloys and Compounds* 693, 989-999, (2017).
11. Van Suchtelen, J., "Product properties: a new application of composite materials", *Philips Research Reports* 27, 28-37, (1972).
12. Vaezi, M., M.M. Shirbani, and A. Hajnayeb, "Free vibration analysis of magneto-electro-elastic microbeams subjected to magneto-electric loads", *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures* 75, 280-286, (2016).
13. Lee, J., J.G. Boyd IV, and D.C. Lagoudas, "Effective properties of three-phase electro-magneto-elastic composites", *International Journal of Engineering Science* 43, 790-825, (2005).
14. Shishesaz, M., M.M. Shirbani, H.M. Sedighi, and A. Hajnayeb, "Design and analytical modeling of magneto-electro-mechanical characteristics of a novel magneto-electro-elastic vibration-based energy harvesting system", *Journal of Sound and Vibration* 425, 149-169, (2018).
15. Ylli, K., D. Hoffmann, A. Willmann, P. Becker, B. Folkmer, and Y. Manoli, "Energy harvesting from human motion: exploiting swing and shock excitations", *Smart Materials and Structures* 24, 025029, (2015).
16. Younis, M.I., D. Jordy, and J.M. Pitarresi, "Computationally efficient approaches to characterize the dynamic response of microstructures under mechanical shock", *Journal of Microelectromechanical Systems* 16, 628-638, (2007).
17. Askari, A.R. and S. Lenci, "Size-dependent response of electrically pre-deformed micro-plates under mechanical shock incorporating the effect of packaging a frequency-domain analysis", *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering* 43, 1-21, (2021).
18. Rekik, M., S. El-Borgi, and Z. Ounaies, "An axisymmetric problem of an embedded mixed-mode crack in a functionally graded magnetoelectroelastic infinite medium", *Applied Mathematical Modeling* 38, 1193-1210, (2014).
19. Ma, J., L.-L. Ke, and Y.-S. Wang, "Sliding frictional contact of functionally graded magneto-electro-elastic materials under a conducting flat punch", *Journal of Applied Mechanics* 82, (2015).
20. Li, X., H. Ding, and W. Chen, "Three-dimensional analytical solution for functionally graded magneto–electro-elastic circular plates subjected to uniform load", *Composite Structures* 83, 381-390, (2008).
21. Singh, S. and I. Singh, "Extended isogeometric analysis for fracture in functionally graded magneto-electro-elastic material", *Engineering Fracture Mechanics* 247, 107640, (2021).
22. Suresh, S. and A. Mortensen, Fundamentals of functionally graded materials. The Institut of Materials, 1998.
23. Hashemi, R., "Magneto-electro-elastic properties of multiferroic composites containing periodic distribution of general multi-coated inhomogeneities", *International Journal of Engineering Science* 103, 59-76, (2016).
24. Reddy, J., "Nonlocal nonlinear formulations for bending of classical and shear deformation theories of beams and plates" *International Journal of Engineering Science* 48, 1507-1518, (2010).
25. JESD22, J.S., B111: "*Board level drop test method of components for handheld electronic products*", JEDEC Solid State Technology Association, (2003).
26. Meirovitch, L. and R. Parker, "Fundamentals of vibrations", *Applied Mechanics Reviews* 54, 100-101, (2001).
27. Reddy, J.N., *Energy principles and variational methods in applied mechanics*. John Wiley & Sons, New York, 2017.
28. Derayatifar, M., M. Tahani, and H. Moeenfard, "Nonlinear analysis of functionally graded piezoelectric energy harvesters", *Composite Structures* 182, 199-208, (2017).

پیوست

ضرایب استفاده شده در معادلات (۱۷) - (۱۹) به صورت زیر داده شده است. در این معادلات، $d_i = \frac{c_{i+1}}{c_1}$ $(i = 1-5)$ می‌باشد.

$$c_1 = -\frac{b\left(\rho_S t_S + \rho_M t_M\right)L^4}{\tilde{D}_S T^2}\int_0^1 \psi^2 dx\,,\ c_2 = -\frac{c_t c^* L^2}{\tilde{D}_S T}\int_0^1 \psi^2 dx\,,\ c_3 = -\frac{\left(\tilde{D}_M + \tilde{D}_S\right)}{\tilde{D}_S}\int_0^1 \left(\psi''\right)^2 dx\,,$$
$$c_4 = \frac{\tilde{B}_e V_p^* L}{t_M \tilde{D}_S}\int_0^1 \psi'' dx\,,\ c_5 = -\frac{\tilde{B}_m N V_m^* L}{R_m t_M \tilde{D}_S}\int_0^1 \psi'' dx\,,\ c_6 = -\mathbb{Z}_0\frac{b\left(\rho_S t_S + \rho_M t_M\right)L^4}{\tilde{D}_S T^2}\int_0^1 \psi dx \qquad (۱)$$

$$g_3 = \frac{t_M \tilde{B}_e \int_0^1 \psi'' dx}{\tilde{A}_{h_{33}} L V_p^*},\ g_4 = \frac{-\tilde{A}_{g_{33}} N V_m^*}{R_m \tilde{A}_{h_{33}} V_p^*},\ g_5 = \frac{\left(t_M\right)^2 T}{R_e \tilde{A}_{h_{33}} L} \qquad (۲)$$

$$h_3 = \frac{-R_m t_M \tilde{B}_m \int_0^1 \psi'' dx}{N\tilde{A}_{\mu_{33}} L V_m^*},\ h_4 = \frac{-R_m \tilde{A}_{g_{33}} V_p^*}{N\tilde{A}_{\mu_{33}} V_m^*},\ h_5 = \frac{R_m\left(t_M\right)^2 T}{N^2 \tilde{A}_{\mu_{33}} L^2}. \qquad (۳)$$